BACK

Die Evolution mathematischen Unterrichtens im 20. Jahrhundert: Quo vadis 21 ?

Leo H. Klingen, Bonn

(Gekürzte Fassung des Eröffnungsvortrages)

Natürlich sollte eine historische Rückschau auf die Didaktik der Schulmathematik mit Euklids Geometrie, Eulers Algebra und Adam Rieses Arithmetik beginnen. Hier aber geht es um eine quasi "lebendige" Retrospektive, die ein älterer Mensch über beinahe 70 Jahre als Schüler, Lehrer am Gymnasium und Lehrbeauftragter einer Universität aktiv erlebt hat und wo die ersten 30 Jahre des Jahrhunderts durch lebhafte Berichte der Eltern ergänzt wurden.

Eine bemerkenswerte Revolution leitet das Jahrhundert ein. Sie ist mit dem Namen eines berühmten Abiturienten dieser Schule, des Görres-Gymnasiums Düsseldorf, verbunden. Felix Kleins Meraner Lehrpläne begründeten den Eintritt der Analysis an der Schule, nachdem schon vorher Vorläufer, z.B. Extremwertaufgaben an Berliner Schulen, beobachtet werden konnten. Als "Non plus ultra" für das Abitur galt damals jedoch die sphärische Trigonometrie, bis zum ersten Weltkrieg mit ihren rechnerischen Lösungen, danach noch mit den zeichnerischen. Dann übernahmen ausgeklügelte Aufgaben zur analytischen Koordinaten-Geometrie der Kegelschnitte die Spitzenposition bis in die Mitte des Jahrhunderts. Dynamische Ortslinienaufgaben mit Kegelschnitten als "Führungskurven" und anderen Kegelschnitten als Ergebniskurven stellten besondere Anforderungen. Langsam wurden sie durch eine vektorielle vorwiegend lineare 3D-Geometrie abgelöst.

In der zweiten Hälfte des Jahrhundert folgten Entwicklungswellen enger aufeinander. Helge Lenné glaubte in den 50er Jahren, eine neue Revolution der Schulmathematik in der Betonung algebraischer Strukturen zu sehen (Heinrich Behnke, Steiner, Papy u.a.). Entsprechende Lehrbücher (von der Unterstufe an, z.B. Hanxleben-Hentze) blieben jedoch Episode, so wie man einen neuen Bündelungseffekt nach Bourbaki auch für die Fortschritte der Wissenschaft letzten Endes verneinen mußte. Das Debakel der Mengenlehre an Grundschulen (die paar Notationen haben am Gymnasium nie Probleme bereitet) steht in diesem Zusammenhang. Erinnert sei an die Hoffnungen, die man an Mathematische Logik, Boolesche Algebra und Schaltalgebra in den sechziger Jahren knüpfte. Ein Jahrzehnt später wurden viele Aktivitäten durch die curricularen Arbeiten zur Oberstufenreform absorbiert, wobei neue Inhalte schon deshalb nicht zum Zuge kamen, um die Dissemination und Akzeptanz für eine breite Lehrerschaft nicht zu gefährden. Eher auf der Methodenseite wurde, wie schon in der Referendarausbildung der fünfziger Jahre, der entdeckende und genetische Unterricht intensiv gefördert und bildete das Herzstück jeder guten Lehrprobe. Ab den achtziger Jahren erfolgte eine Wiederentdeckung der Wahrscheinlichkeitsrechnung und beurteilenden Statistik über alle 6 Jahre der Sekundarstufe I und über ein Halbjahr der Oberstufe. Auffallend in dieser Folge kurzfristiger Evolutionswellen bleibt die Tatsache, daß die Zahlentheorie nie so recht zum Zuge kam, obwohl die Elementarisierung intensiv, vor allem durch die Lehrtätigkeit an den Pädagogischen Hoichschulen, geleistet wurde.

Mittlerweile hatten viele aktive Mathematiklehrer sich der Informatik in einem zunächst autodidaktischen Betrieb zugewandt. Nach maschinensprachlichen Anfängen in den siebziger Jahren folgten überwiegend mathematische Probleme in BASIC, LOGO, COMAL, PASCAL und ELAN. Erst die Überleitung in einen behördlichen Weiterbildungsweg konnte Schwerpunkte auf Arbeiten mit engeren Informatik-Inhalten außerhalb der Mathematik schaffen. Der große Schülerandrang in diese Richtung ging in den neunziger Jahren deutlich zurück.

Zu diesem Zeitpunkt wurden die ersten Computeralgebrasysteme für den PC und für die Schule zugänglich. Vor allem DERIVE verbreitete sich rasch. Damit sind wir in der Gegenwart angelangt und können zugleich die Frage "Quo vadis 21 ?" stellen.

Die Mächtigkeit des neuen Instrumentariums und seine überraschend leichte Handhabbarkeit reichen ohne weiteres, um Übungszeiten für z.B. Umformen rationaler Terme, Zeichnen von Funktionsscharen usw. erheblich abzukürzen. Angesichts der breiten Leistungsstreuung in üblichen Gymnasialklassen müssen diese Übungszeiten ohnehin motivationsschädigend lang sein, so daß eine Abkürzung sehr wünschenswert ist; das Computeralgebrasysterm übernimmt die Ausführung der algorithmischen Arbeit (und "nebenbei" auch der numerischen und graphischen Arbeit). Es entsteht die Frage, was mit den neu gewonnenen Freiräumen geschehen kann. Eine naheliegende Aufstockung des klassischen Aufgabenmaterials der Schulmathematik in Richtung komplexerer Aufgaben findet schnell Grenzen, zumal für "echte" Anwendungen in der Regel die Grundkenntnisse aus den Anwendungsgebieten fehlen und durch den Gymnasiallehrer auch nicht vermittelt werden können.

In dieser Situation stellt nur die großzügige Hineinnahme neuer Inhalte eine vernünftige Lösung dar. Im allgemeinen können solche Lehrstoffe nicht aus der mathematischen Wissenschaft unseres Jahrhunderts kommen: Wer als Gast in die Veranstaltungen eines mathematischen Hauptstudiums (nach dem Vordiplom) schaut, weiß davon zu berichtigen, eine sinnvolle Elementarisierung läßt sich meistens nicht leisten. (Eine bemerkenswerte Ausnahme ist die sog. Chaos- und Fraktalmathematik, um deren Elementarisierung sich erfreulicherweise eine Arbeitsgruppe an der Universität Bremen bemüht). Dagegen stellt die mathematische Wissenschaft des 19. Jahrhunderts eine beinahe unausschöpfbare Fundgrube dar. Überall - sei es in Funktionentheorie einer komplexen Variablen und in konformer Abbildung oder in (gewöhnlichen) Differentialgleichungen mit Anwenduzngen, sei es in Analysis zweier Variablen und in Vektoranalysis oder in Differentialgeometrie - sind sehr breite "Vorhöfe" vorhanden, die eine für die Schule verständliche und mit dem Computeralgebrasystem auch ausführbare Lehre erlauben.

Das sei am Beispiel der Differentialgeometrie etwas näher erläutert. (Auf den DDD-Tagen in Düsseldorf habe ich dazu einen gesonderten Vortrag "Anschauliche Differentialgeometrie" mit mehr als 100 Abbildungen gehalten, der hier nicht wiedergegeben werden kann). Schon die sog. "Nürnberger Lehrpläne" der MNU gaben vor mehreren Jahrzehnten optional hierfür Anregungen. Innerhalb einer 2D-Geometrie bekommen Funktionsdarstellungen in Polarkoordinaten und in Parameterdarstellung neues Gewicht, ebenso implizite Funktionsdarstellungen (die DERIVE mit der Version 3 übernommen hat), ist doch die bloße Darstellung in kartesischen Koordinaten mit einigen Funktonsscharen in moderenen Lehrbüchern an eine skurrile Grenze gelangt. Jetzt kann die Krümmung, die sonst zu aufwendige Rechenausdrücke liefert, untersucht werden und das begleitende Zweibein dargestellt werden. Besonders die Parameterdarstellung liefert einen nahtlosen Übergang zur 3D-Differentialgeoemtrie von Kurven und Flächen im Raum. Hier kann für Kurven das begleitende Frenetsche Dreibein dargestellt und die Torsion berechnet werden. Unter den Flächen im Raum sind Rotationsflächen besonders leicht elementarisierbar, aber auch abwickelbare Flächen zugänglich. Tuben um Kurven stellen ein gutes Thema dar (Ausgangspunkt der Torus als Tube um einen Kreis). Alle räumlichen Objekte lassen sich in isometrische Darstellung(teilweise ohne verdeckte Linien) bringen, eine DERIVE-Darstellungsgrenze (die man z.B. mit MAPLE V oder MATHEMATICA überwinden kann) befindet sich erst bei Selbstdurchdringung von Flächen, die besser über farbige Darstellung und geeignete Beleuchtung verständlich werden.

In gleicher Weise kann man auch die Vorhöfe aus anderen Disziplinen angehen. Zu klären ist allerdings das Szenario eines computergestützten Unterrichts, wozu auch die Praxis der Leistungsbeurteilung gehört. Wenn alle Leistungskurse der Mathematik regelmäßig und die Grundkurse gelegentlich im Computerraum stattfinden, wird bald (wegen des zusätzlichen Bedarfs in Informatik und in der Mittelstufe) ein zweiter Computerraum mit ca. 15 Monitoren benötigt. Er muß für selbständige Hausaufgaben unter Aufsicht auch nachmittags zugänglich sein (soweit der TI 92 hier nicht neue Perspektiven eröffnet). Die Lehrerschaft soillte den Mut haben, die Leistungsbeurteilung stärker als bisher auf die mündliche Prüfung zu stützen, wo die Nutzung eines Computeralgebrasystems unproblematisch ist. In empirisch genau beobachteten Schulversuchen sollte man die schriftlichen Prüfungen zunächst zur Evaluierung der neuen Organisation im Wechsel zwischen klassischen Klausuren und Computer-Klausuren (evt. in 2 Halbgruppen) versuchsweise im Jahrgang 12 durchführen. Die Rückkopplung des Prüfungsmodus und seines Inhalts auf das Curriculum des Unterrichtens ist bekannt.

Das Fach "Mathe" löst zur Zeit an den meisten Schulen nur Abschreckungseffekte und vor allem Prüfungsängste aus. Wer aus seinem Studium die Höhepunkte der mathematischen Wissenschaft des 19. Jahrhunderts kennt, wird um ihre Elementarisierbarkeit wissen, sie mithilfe eines Computeralgebrasystems seinen Schülern zugänglich machen, kreative Arbeit von ihnen ermöglichen und neue Begeisterung für die Wissenschaft ernten.