BACK

Heiner Schwarze

Computer-Algebra-Systeme in der Übersicht

1 Berechnen und Veranschaulichen

In einer kurzen Übersicht werden verbreitete Programmsysteme vorgestellt und mit einander verglichen. Es handelt sich dabei um eine knappe Charakterisierung und nicht etwa um einen Test oder Leistungsvergleich. Für eine grundlegende Beurteilung mangelt es der Darstellung an Umfang und, sicher wichtiger, an breiten Erfahrungen in der Anwendung beim Lehren und Lernen.

Für die Vorstellung der Programmsysteme spricht ihre Leistungsfähigkeit, die allerdings nur bei einer längerfristigen Einarbeitung für die gewünschten Ziele zu nutzen ist. Es ist deshalb nicht leicht, sich für oder gegen die Nutzung des eines oder anderen Programsystems zu entscheinden. Hinzu kommt, daß weniger leistungsfähige Programme zumeist eine kürzere Einarbeitungszeit benötigen als andere. Reicht die gebotene Palette von Eigenschaften? Ist die Bedienung in sich strukturiert und schlüssig? Lohnt sich ein Umstieg? Die folgende Übersicht soll bei der Beantwortung dieser Fragen helfen.

2 Mit DERIVE zur schnellen Problemlösung

Von den vorgestellten Programmsystemen läßt sich DERIVE bereits nach sehr kurzer Einarbeitungszeit nutzen.

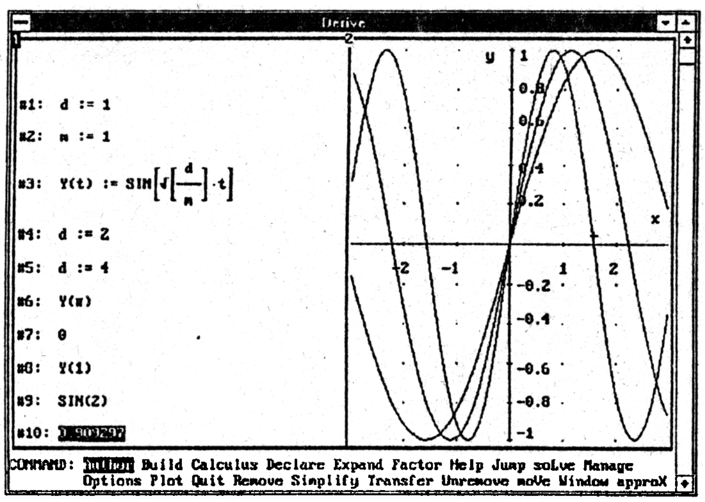

Abb. 1 DERIVE wird über ein Menüsystem gesteuert.

Nach dem Start erscheint am unteren Bildrand ein Menü, welches die Anweisungen für das in Abb. 1 links gezeigte Algebra-Fenster bereitstellt. In den Zeilen 1 bis 3 wird mit `Author` eine Schwingungsbewegung definiert und durch das Kommando `Plot` im rechten Graphikfenster angezeigt. Die Zeilen 4 und 5 verändern den Wert der Federkonstanten. Zur Herstellung der zugehörigen Graphen wird die Zeile 3 unterlegt und mit `Plot` jeweils die nächste Graphik in das Koordinatensystem eingezeichnet. Weiterhin läßt sich mit `Calculus` die Zeitableitung von Y(t) berechnen. DERIVE rechnet je nach Einstellung numerisch oder exakt. `Y(π)` liefert 0. Das Ergebnis ist richtig, da zu diesem Zeitpunkt `d = 4` und `m = 1` ist. DERIVE beherrscht die Regel `sin(2π) → 0`. Für die Amplitude `Y(1)` wird der Wert `SIN(2)` ausgegeben. Die Angabe ist richtig. Mit **approX** läßt sich der Wert als Dezimalbruch darstellen. Ein weiteres Beispiel:

```
                 ┌ SIN(x) ┐2 ┌ SIN(10·x) ┐2
#1:   IX(x) :=   │ ────── │ ·│ ───────── │            User
                 └   x    ┘  └ SIN(5·x)  ┘
                 ┌ SIN(y) ┐2 ┌ SIN(10·y) ┐2
#2:   IY(y) :=   │ ────── │ ·│ ───────── │            User
                 └   y    ┘  └ SIN(5·y)  ┘
#3:   I(x, y) := IX(x)·IY(y)                         User
#4:   IX(0)                                          User
#5:   ?                                          Simp(#4)
#6:   I1(x) := IF(x = 0, 1, IX(x))                   User
#7:   I2(y) := IF(y = 0, 1, IY(y))                   User
#8:   IG(x, y) := I1(x)·I2(y)                        User
#9:   IG(0, 0)                                       User
#10:  1                                          Simp(#9)
```

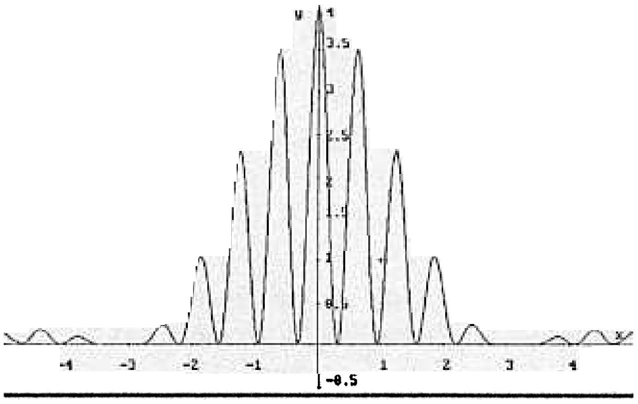

Abb. 2 DERIVE-Kommandos zum Zeichnen der Intensität in x-Richtung

In Abb. 2 wird der Term einer Intensitätsverteilung eingegeben und mit `Plot` die x-Richtung gezeichnet. Die Kombination der Verteilungen in x- und y-Richtung liefert die Grundlage für die nachfolgende 3D-Darstellung in Abb. 3. Die Graphik in Abb. 3 ist allerdings für Orte mit x = 0 oder y = 0 nicht für jede Skalierung vervollständigt. Auch die zusätzlichen Definitionen der Zeilen #6 - #8 in Abb. 2 ändern daran nichts.

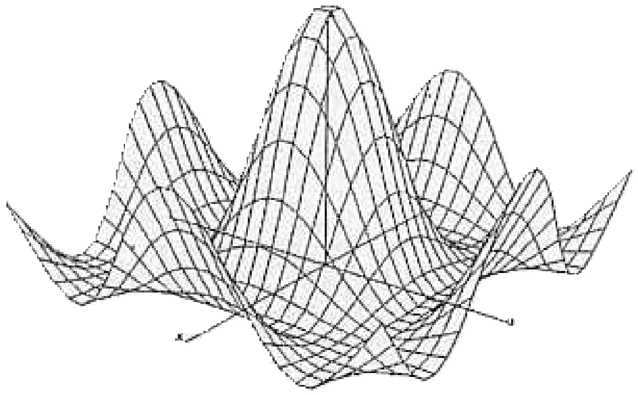

Abb. 3 Die 3D-Darstellung einer Intensitätsverteilung. Über den Orten in x- und y-Richtung ist in z-Richtung die Intensität aufgetragen.

3 MAPLE für Schule und Studium

Im Gegensatz zu DERIVE wird MAPLE durch Kommandozeilen betrieben. Ähnlich einem Textprogramm werden Zuweisungen eingegeben und mit der Eingabetaste abgeschlossen. Damit erhöht sich die Flexibilität des Programms, allerdings auf Kosten von möglichen Eingabefehlern. Neue Programmsysteme wie MATHPLUS stellen deshalb zusätzlich eine Auswahlsteuerung zur Verfügung, um Eingabefehler in der Einarbeitung zu vermeiden.

```
> y:= t-> sin(sqrt(D/m)*t):
> y(t);
```

$$\sin\left(\sqrt{\frac{D}{m}}\,t\right)$$

Der Aufruf der Funktion zeigt den Funktionsterm in der gewohnten Formelschreibweise. In dieser Hinsicht zeichnet sich MAPLE aus. Zu beachten sind Groß- und Kleinschreibung innerhalb der Kommandos und Sonderzeichen wie ':' und '->'.

```
> m:= 1;
```

$$m := 1$$

Die Variable D ist bereits als Operator für das Differenzieren reserviert. Mit D läßt sich bespielsweise die Geschwindigkeitsfunktion v(t) mit dem Term $\sqrt{\frac{D}{m}}\cos\left(\sqrt{\frac{D}{m}}t\right)$ berechnen. Die Definition von D läßt sich zum Überschreiben freigegeben und als Variable mit einem Wert belegen.

```
> unprotect(D); D:=1;
```

$$D := 1$$

Der Graph der Funktion wird mit `plot` erzeugt und hat das erwartete Aussehen entsprechend Abb. 1. Etwas aufwendiger ist die Herstellung der Intensitätsverteilung nach Abb. 3. Wie wird MAPLE mit sin(x)/x an der Stelle x = 0 fertig?

```
> i := (x, y) -> ((sin(x)/x*sin(10*x)/sin(5*x) *
   (sin(y)/y*sin(10*y)/sin(5*y)))^2:
```

Eine Formulierung entsprechend der in Abb. 2 für DERIVE liefert das gewünschte Ergebnis.

```
> with(plots):
> plot3d(i(x,y), x=-1..1, y=-1..1,
> orientation=[-45,60], projection=0.2,
> axes=boxed, numpoints=30*30);
```

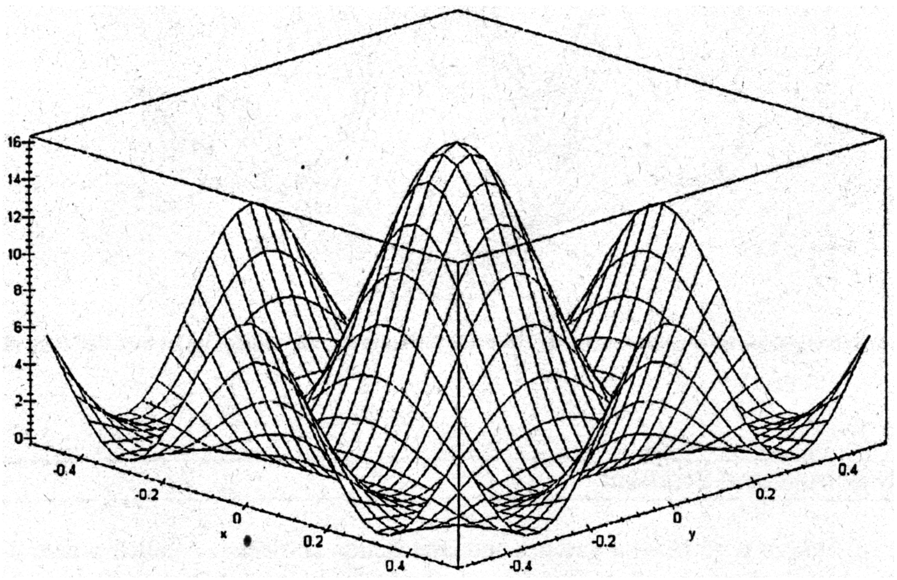

Abb. 4 3D-Graphik mit Maple

Der Aufruf von `plot3d` kann vereinfacht werden. Die Kommandooptionen hinter der Angabe des Zeichenbereichs sind nicht erforderlich, wenn die Voreinstellungen ausreichen. Damit vereinfacht sich die Benutzung komplexer Kommandos.

4 MATHEMATICA, anspruchsvoll und leistungsfähig

Auch MATHEMATICA wird wie MAPLE durch Kommandozeilen betrieben. Die Formulierungen vieler wichtiger Kommados sind ähnlich, die Feinheiten jedoch unterschiedlich, wenn nicht gegensätzlich. Dies bezieht sich auf die Groß- und Kleinschreibung, auf den Gebrauch von eckigen und runden Klammern, auf das '*'-Zeichen, auf Abschlußzeichen wie ':' und ';', auf den Zeilenabschluß wie den Kommandoabschluß. Die zeitlich parallele Nutzung beider Programme wird dadurch behindert.

Das folgende Beispiel zeigt die MATHEMATICA-Formulierung der Schwingungsbewegung, die zusammen mit ihrer Ableitung graphisch dargestellt wird.

```
y[t_]:= Sin[Sqrt[d/m] t];
v[t_]:= Evaluate[D[y[t],t]];
```

Die Graphik erfordert numerische Werte.

```
m :=1; d:= 1;
Plot[{y[t],v[t]},{t,0,6}];
```

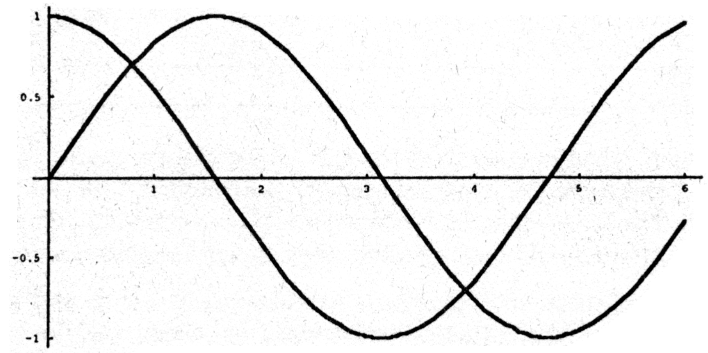

Abb. 5 Liniengraphik mit MATHEMATICA

Mit MATHEMATICA läßt sich mit `Plot3D` die Intensitätsverteilung nach Abb. 4 hergestellen. Alternativ dazu, wie auch mit MAPLE, läßt sich die Intensität als Helligkeitswert darstellen (Abb. 6), wodurch ein Vergleich mit den Meßergebnissen erleichtert wird.

```
i[x_,y_]:= (Sin[x]/x Sin[10 x]/Sin[5 x]
  Sin[y]/y Sin[10 y]/Sin[5 y])^2
```

Hervorzuheben ist die Kürze der Formulierung zur Herstellung der Graphiken. Gewöhnungsbedürftig ist ihre Form.

```
DensityPlot[i[x,y],{x,-2,2},{y,-2,2},
  PlotPoints-> 100, Mesh-> False];
```

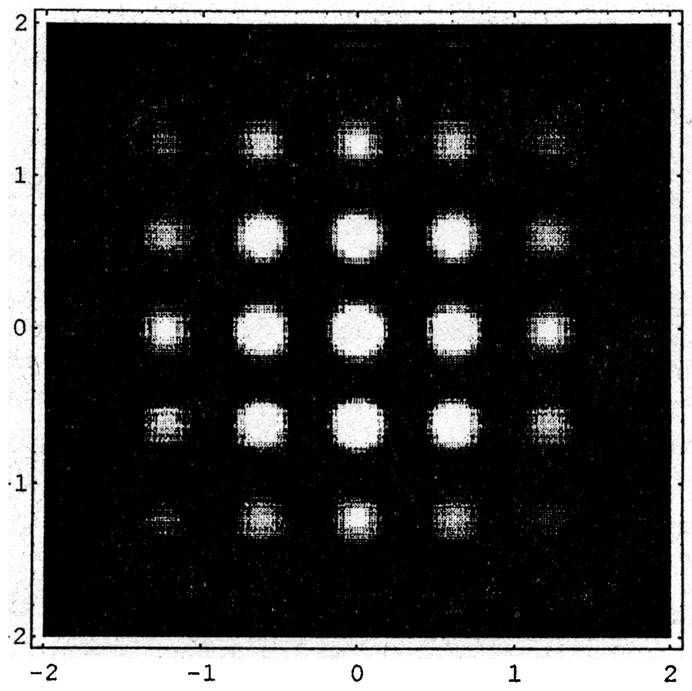

Abb. 6 Die Helligkeit als Maß für die Intensität entsprechend Abb. 4

5 Im Vergleich

Alle Programmsysteme stehen in einer DOS-Version zur Verfügung, die im Fall von Derive und Maple bereits ab 500 kB RAM-Speicher lauffähig ist. Mathematica erfordert 4 MB RAM. Wesentlich bedienungsfreundlicher sind die Windows-Versionen von Maple und Mathematica, die für ein zugiges Arbeiten 4 MB bzw. 8 MB RAM erfordern, für umfangreiche oder bewegte Graphiken auch mehr.

Das einfache zu bedienende Derive bietet sich als Arbeitsmittel für Lehrer und Schüler an. Bei einem Preis um 100,- DM als Lehrer- und Schülerversion zusammen mit einem Anleitungsbuch liegt es am unteren Ende der Preisskala. Da sich das Programm auf beinahe jedem PC nutzen läßt, kann es in der Schule und am häuslichen Arbeitsplatz von vielen Schülern und Lehrern eingesetzt werden. Seine Leistungsfähigkeit hinsichtlich Funktionsumfang, Programmierbarkeit und Graphik ist durch die Betriebssystemfunktionen von DOS auf Standard-VGA-Graphik und ausgewählte Drucker eingeschränkt. Der Datenaustausch mit anderen Programmen, speziell von größeren Datenmengen, ist nur eingeschränkt möglich. Derive liegt zur Zeit in der Version 3 vor. Eine Windows-Version ist in Vorbereitung.

Maple oder Mathematica erfordern leistungsfähige Computer, eine längere Einarbeitungszeit und einen höheren finanziellen Aufwand. Die Preise für die Lehrer- und Schülerversionen liegen zwischen 200,- DM für Maple und 300,- DM bis 400,- DM für Mathematica, jeweils abhängig vom Umfang der mitgelieferten Handbücher. Die Programmsysteme bieten dafür eine weitgehende Unabhängigkeit vom Computertyp und dem verwendeten Betriebssystem. Versionen für DOS, Windows, OS/2, MacIntosh und Unix sind untereinander kompatibel, so daß die auf einem System erarbeiteten Programme mit jedem anderen genutzt werden können. Maple oder Mathematica bieten vom Funktionsumfang mehr als voraussichtlich in der Schule benötigt wird, sei es im Physik- oder Mathematikunterricht [1]. Die Nutzung dieser oder ähnlicher Programmsysteme im Studium oder Beruf läßt sich damit besser vorbereiten.

Mathematica ist gegenüber Maple das jüngere und leistungsfähigere Programmsystem [2], auch wenn sich beide in vielen Belangen ähnlich sind. Die Möglichkeiten der Programmierung sind mit Mathematica universeller und in sich strukturierter angelegt als bei anderen Programmsystemen. Während die Programmierung mit Maple dem prozeduralen Konzept angelehnt ist, setzt Mathematica auf Ersetzungsregeln. Dadurch verlängert sich die Einarbeitungszeit für den Benutzer, der mit prozeduralen Sprachen wie Pascal vertraut ist, auch wenn mit Mathematica jedes Programmierkonzept realisiert werden kann. Die umfangreiche Literatur zu Mathematica erleichtert dabei die Bearbeitung physikalischer und mathematischer Probleme.

Zum gegenwärtigen Zeitpunkt sind in den Schulen die Hardware-Voraussetzungen für die Nutzung von MATHEMATICA durch Schüler wahrscheinlich nur selten gegeben. In diesem Fall beschränkt sich der Einsatz des Programms auf Demonstrationen sowie die Vor- und Nachbereitung von Unterricht. Der schnelle Preisverfall in diesen Bereichen wird die Situation sicher positiv veränderen. Es bleibt dann die Frage, wieweit didaktische und methodische Anpassungen dem Unterrichtseinsatz der Programmsysteme vorangehen müssen. Für die Lehrerin und den Lehrer hingegen bieten die Programmsysteme schon heute neue Möglichkeiten der Veranschaulichung und Strukturierung physikalischer Inhalte und Zusammenhänge.

Literatur:

[1] H. Schumann: Ansatzorientiertes Lösen komplexer Algebra-Ausgaben mit Computer-Algbra, MNU 47/8, S. 496-502

[2] M. Kofler: Maple V Release 3, Einführung und Leitfaden für den Praktiker, Addison-Wesley, Bonn, 1994

Ausgewählte deutsche Literatur zu CAS und Bezugshinweise:

DERIVE:

C. Herrmann: Derive, Einführung mit praktischen Anwendungsbeispielen, Addison-Wesley, Bonn, 1995

B. Kutzler: Mathematik am PC- Einführung in Derive, Bezug: Uni Software Plus, Almweg 6, 83112 Frasdorf

G. Scheu: Derive im Mathematik- und Physikunterricht, Dümmler, Bonn, 1994

Bezug: UNI Software Plus, Almweg 6, 83112 Frasdorf

Fa. Comsol GmbH, Haid-und-Neu-Str. 7-9, 76131 Karlsruhe

MAPLE

Burkhard: Erste Schritte mit Maple, Springer, Berlin, 1994

M. Kofler: Maple V Release 3, Einführung und Leitfaden für den Praktiker, Addison-Wesley, Bonn, 1994

Ellis, Johnson, Lodi, Schwalbe: Maple V in der mathematischen Anwendung, International Thomson Publishing, 1994

H. Schwarze, J. Borgert: Maple in der Physik, Addison-Wesley, Bonn, 1995

MATHPLUS

Bezug: Fa. Comsol GmbH, Haid-und-Neu-Str. 7-9, 76131 Karlsruhe

MATHEMATICA

G. Baumann: Mathematica in der Theoretischen Physik, Springer, Berlin, 1993

A. Fischer, S. Lindek, E. Stelzer: Mathematica für Physiker, Addison-Wesley, Bonn, 1995

M. Kofler: Mathematica, Einführung und Leitfaden für den Praktiker, Addison-Wesley, Bonn, 1992

S. Wolfram: Mathematica, Ein System für Mathematik auf dem Computer, Addison-Wesley, Bonn, 1992

Bezug: Fa. Pandasoft GmbH, Uhlandstraße 195, 10623 Berlin

Fa. QT software, Occamstr. 4, 80802 München

Fa. Additive GmbH, Max-Planck-Str. 9, 61381 Friedrichsdorf

Fa. Thomatronik, Brueckenstr. 1, 83022 Rosenheim