

# **DERIVE-Einsatz an Beruflichen Schulen in Baden-Württemberg**

Eine Arbeit im Rahmen eines Modellversuches  
am Landesinstitut für Erziehung und Unterricht  
in Stuttgart

von

Helmut Diehl  
Gerhard Keller  
Karl Stamm

## 1 Landesinstitute - Bindeglieder zwischen MKS und Schulen

Landesinstitute oder mit ihnen verwandte Institutionen sind eine Art von Bindegliedern zwischen den Kultusministerien und den Schulen. Ihre Aufgabe wird - wenigstens für das Land Baden-Württemberg - in einem Jahresbericht unseres Instituts so beschrieben:

*„Das Landesinstitut für Erziehung und Unterricht<sup>1</sup> arbeitet im Auftrag des Ministeriums für Kultus und Sport Baden-Württemberg. Es macht Erkenntnisse der Forschung und Erfahrungen aus der Praxis für die Schule nutzbar und unterstützt das Kultusministerium bei der Weiterentwicklung des Schulwesens in Baden-Württemberg.“ (Jahresbericht 1993, S. V)*

Es hat u.a. die Aufgaben, die Lehrplanarbeit für das Kultusministerium fachlich und organisatorisch zu betreuen, Schulversuche zu begleiten und auszuwerten.

Im Jahr 1993 wurde am LEU eine Arbeitsgruppe CBT (Computer Based Training) gebildet, deren Vorarbeiten in einen BLK-Modellversuch „Einsatz computerunterstützter Lernprogramme (CBT) in beruflichen Schulen“ einfließen. Im Rahmen dieses Modellversuchs beschäftigt sich u.a. eine Arbeitsgruppe am Walter-Eucken-Gymnasium in Freiburg, unterstützt durch Kollegen aus kooperierenden Schulen in Südbaden, mit dem Einsatz von DERIVE im Mathematikunterricht an beruflichen Schulen. Die hier vorgestellten Ergebnisse wurden in der Sekundarstufe II (Berufliches Gymnasium und Berufskolleg zur Erlangung der Fachhochschulreife) gewonnen.

## 2 Modellversuch „Einsatz computerunterstützter Lernprogramme (CBT) in beruflichen Schulen“

### 2.1 Thema und zeitlicher Rahmen

Die Themenbereiche des angesprochenen Modellversuches sind Sprachen mit dem Schwerpunktfach Deutsch, Mathematik und Naturwissenschaften, Metalltechnik sowie Wirtschaft und Verwaltung.

Zielsetzung ist, die Notwendigkeit, Chancen und Grenzen von CBT im Unterricht beruflicher Schulen, Schul- und Unterrichtsorganisation beim CBT-Einsatz sowie Möglichkeiten zur sinnvollen Einbindung von CBT in unterrichtlichen Kontext, Inhalte und Ziele zu untersuchen.

Es soll langfristig versucht werden, auch Einfluß auf die Gestaltung der Lernprogramme zu nehmen und dieses Feld nicht allein den - meist außerschulischen - Anbietern zu überlassen.

Sicher werden sich Aufgabe und Rolle der Lehrer durch den Einsatz von CBT verändern; wenn über die dabei einzuschlagenden Wege Klarheit herrscht, soll im Rahmen der Lehrerfortbildung Hilfestellung beim CBT-Einsatz gegeben und ein Erfahrungsaustausch initiiert werden.

Als zeitlicher Rahmen des Modellversuches ist vorgesehen, die Auswahl und Koordination (Modellschulen, Lehrer, Programme) bis Ende Schuljahr 1994/95 zu beenden; als eigentliche Durchführungsphase sind die Schuljahre 1995/96 und 1996/97 geplant. Eine Nachbereitungsphase von einem Jahr sollte dazu dienen, die Ergebnisse des Modellversuches zu sichten, aufzubereiten und der Öffentlichkeit vorzustellen. Zur Erläuterung der Planung Zielsetzung des Modellversuchs hier ein Auszug aus dem Zwischenbericht 1995:

### 2.2 Einsatz von CAS

*Seit langem zeichnet sich im schulischen Mathematikunterricht eine Entwicklung ab, die durch den zunehmenden Einsatz von „technischen“ Medien gekennzeichnet ist. Sie begann mit der Einführung und Zulassung von nicht-programmierbaren Taschenrechnern in den verschiedenen Schulstufen, wurde durch die Verwendung und Zulassung von programmierbaren Taschenrechnern mit eingeschränkten Fähigkeiten weitergeführt (keine Grafik, keine Matrizenoperationen, kein symbolisches Rechnen) und findet jetzt ihre konsequente Fortsetzung im Einsatz von sog. Computer-Algebra-Systemen (CAS). Schulversuche zur Erprobung des Einsatzes solcher Systeme werden z.Zt. schon durchgeführt - eine Untersuchung im „Alltagsbetrieb“ steht allerdings noch aus. Einen Schwerpunkt des Modellversuches im Bereich Mathematik bildet die Erprobung dieser CAS im Unterricht an beruflichen Schulen. CAS sind i.d.R. keine „Lernprogramme“ im engeren Sinne; bei weitherziger Auslegung kann man sie aber durchaus der Kategorie CBT zuordnen.*

<sup>1</sup> Landesinstitut für Erziehung und Unterricht, Abt. III/2 (CBT), Rotebühlstr. 133, 70197 Stuttgart, Tel. (0711) 6642(0)-311, Fax (0711) 6642-102

Bekannte Vertreter dieser Programmklasse sind derzeit MATHEMATICA, MAPLE, DERIVE, MATHCAD, MATHPLUS und andere Programme, die vorwiegend im numerischen und im grafischen Bereich angesiedelt sind: FPLOT, TPLLOT, MATHEASS, FUNKTIONEN, WINFUNKTION usw. sind Vertreter dieser Gruppe.

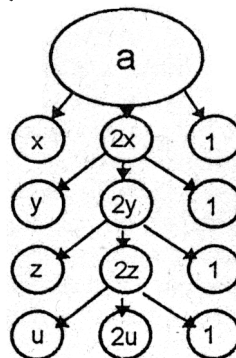
Während der unterrichtliche Einsatz dieser für bestimmte Aufgaben maßgeschneiderten Programme anscheinend wegen des geringen Preises und der geringen Anforderungen an die Rechnerausstattung einigermaßen problemlos ist, haben eigentliche CAS in den deutschen Schulen bisher wenig Verwendung gefunden. Gründe sind der relativ hohe Preis (ca. 100,-- bis ca. 1.000,--) und die hohen Anforderungen an Haupt- und Plattenspeicher sowie Rechengeschwindigkeit. Von den vier wohl bekanntesten Vertretern dieser Gruppe (MATHEMATICA, MAPLE, DERIVE, MATHCAD) wurden für diesen Modellversuch DERIVE und MATHCAD ausgewählt. Gründe für die Nichterprobung von MATHEMATICA waren der hohe Preis und die hohen Rechneranforderungen. MAPLE wird im Rahmen eines Schulversuches der allgemeinbildenden Gymnasien erprobt, so daß eine zusätzliche Untersuchung im Rahmen dieses Modellversuches nicht angezeigt war. Das Schvergewicht der Erprobung soll auf DERIVE liegen, weil hier die meisten der beteiligten Kollegen schon die größten Vorerfahrungen haben und dieses Programm von ihnen einhellig ausgewählt wurde. Die Windows-Version von DERIVE soll im Herbst 1995 erscheinen; gleichzeitig soll ein Taschenrechner mit eingebautem DERIVE-Modul (TI-92) auf den Markt kommen. Es wird versucht werden, im Verlauf des Modellversuches beide „Verbesserungen“ einzubeziehen - wenigstens soweit das im Hinblick auf die Kosten möglich ist.

Eine bisher noch nicht gelöste Frage, die sich schon in den Voruntersuchungen als sehr brennend erwies, ist die Verwendung von CAS in Prüfungen. Während das in Klassenarbeiten wegen der pädagogischen Freiheit des Fachlehrers noch problemlos möglich ist, stellen zentrale Abschlußprüfungen wie z.B. die Prüfung der Fachhochschulreife im Berufskolleg eine ernstzunehmende Hürde dar. Beim Ministerium für Kultus und Sport als der zuständigen Behörde wurde der Antrag gestellt, für die am Modellversuch beteiligten Abschlußklassen eine Sondergenehmigung zum Einsatz von DERIVE in der Abschlußprüfung zu erhalten.

### 3 DERIVE-Einsatz am WEG in Freiburg und koop. Schulen

#### Beispiele aus dem Unterricht (K. Stamm)

#### 3.1 Wie viele Kokosnüsse für wen? (Lineare diophantische Gleichungssysteme)



Ein Haufen Kokosnüsse (Anzahl  $a$  unbekannt) soll in drei gleiche Teile mit der Anzahl  $x$  geteilt werden; eine Nuß soll für den Affen übrig bleiben.

Ein Haufen wird beiseite gelegt; der Rest wird nach derselben Vorschrift aufgeteilt (Anzahl  $y$ ).

Dieser Vorgang wiederholt sich noch zweimal (Anzahlen  $z$  und  $u$ ).

Wie viele Kokosnüsse muß der Haufen zu Anfang mindestens gehabt haben, damit „die Rechnung aufgeht“?

Die Aufgabe - im Prinzip ein Beispiel aus der Mittelstufen-Mathematik - bietet viele Ansätze zu Modellbildung und Interpretation. Sie erfordert eine Strukturierung durch das verschachtelte Einsetzen.

```

#1: "Verteilung der Kokosnüsse (KOKNUSS1.MTH)"
#2: [a := 3·x + 1, x := (3·y + 1)/2, y := (3·z + 1)/2, z := (3·u + 1)/2, u]
#3: "Mit S(implify) ergibt sich"
#4: [81·u + 65/8, 27·u + 19/8, 9·u + 5/4, 3·u + 1/2, u]
#5: SELECT(a = FLOOR(a), u, 50) = [7, 15, 23, 31, 39, 47]
#6: [81·7 + 65/8, 27·7 + 19/8, 9·7 + 5/4, 3·7 + 1/2, 7]
#7: "und nochmals S(implify):"
#8: [79, 26, 17, 11, 7]

```

---

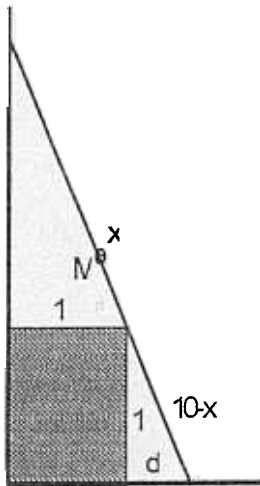
COMMAND: **Tutor** Build Calculus Declare Expand Factor Help Jump solve Manage  
Options Plot Quit Remove Simplify Transfer Unremove move Window approx  
Enter option Derive XM  
Simp(#6) A:\KOKNUSS1.MTH Free:100% Ins Algebra

Beim hier dargestellten Lösungsvorschlag mit DERIVE wird eine Listenstruktur verwendet, um die zusammengehörenden Gleichungen zu bündeln. Die diophantischen Gleichungen werden mit Hilfe des SELECT-Befehls gelöst.

Eine Hauptaufgabe für die Schüler liegt sicher in der Übersetzung der verbalen Problemstellung in die formalisierte Darstellung der 1. Programmzeile (Modellierung). Die Lösung selbst ist im DERIVE-Protokoll angegeben. Auch die Auswahl der minimalen Lösung in Zeile 4, deren Einsetzung und die Interpretation der Zeile 5 muß von den Schülern bewältigt werden.

### 3.2 Wo muß die Leiter hin?

#### (Ähnlichkeit, Pythagoras und Gleichungen 4. oder 8 Grades)



Eine 10m lange Leiter wird an eine Wand gestellt, vor der eine 1m x 1m große Kiste steht. Gefragt ist die Position der Leiter - in einer beliebigen Beschreibung. Abgesehen von einer geschickten Wahl der Variablen ist die Aufgabe ein Problem für die 10. Klasse (Strahlensätze); dennoch zeigt die Bearbeitung mit DERIVE einige bemerkenswerte Eigenheiten.

Bei der Modellierung, für die sich Strahlensätze und Pythagoras anbieten, wird wieder ausgiebig Gebrauch von einer dem Problem angepaßten Listenstruktur gemacht. Die Rechnung von Hand ist äußerst unpraktisch; auch die „automatische“ Berechnung mit DERIVE macht Schwierigkeiten. Eine Lösung bietet sich dadurch, daß die 2. Bedingung „von Hand“ nach  $d$  aufgelöst wird. Der Term für  $d$  wird in die 1. Bedingung eingesetzt, und es wird die Lösung für  $x$  bestimmt. Ausgenutzt wird bei diesem Lösungsweg also nicht die „Lösungsautomatik“ von DERIVE, sondern das klassische Einsetzungsverfahren, allerdings hier mit CAS-Unterstützung.

Die vollständige Lösung zeigt das DERIVE-Protokoll:

```

#1: [ x = (10 - x) / d, (10 - x)^2 = d^2 + 1 ]
#2: d = sqrt(x^2 - 20*x + 99)
#3: d = -sqrt(x^2 - 20*x + 99)
#4: [ x = (10 - x) / sqrt(x^2 - 20*x + 99), (10 - x)^2 = (x^2 - 20*x + 99)^2 + 1 ]
#5: SOLVE [ x = (10 - x) / sqrt(x^2 - 20*x + 99), x ] =
      2 - (x - 10)^2
      x^2 - 20*x + 99
#7: x^4 - 20*x^3 + 99*x^2 = (x - 10)^2
#8: SOLVE(x^4 - 20*x^3 + 99*x^2 = (x - 10)^2, x)
#9: [x = ((10) + 26) + 5, x = 5 - ((10) + 26), x = ((26 - 10) + 5, x = 5 -
COMMAND: Window Build Calculus Declare Expand Factor Help Jump solve Manage
Options Plot Quit Remove Simplify Transfer Unremove move Window approx
Enter option A:\LEITER.MTH Free:100% Derive XM Algebra
Simp(#9)

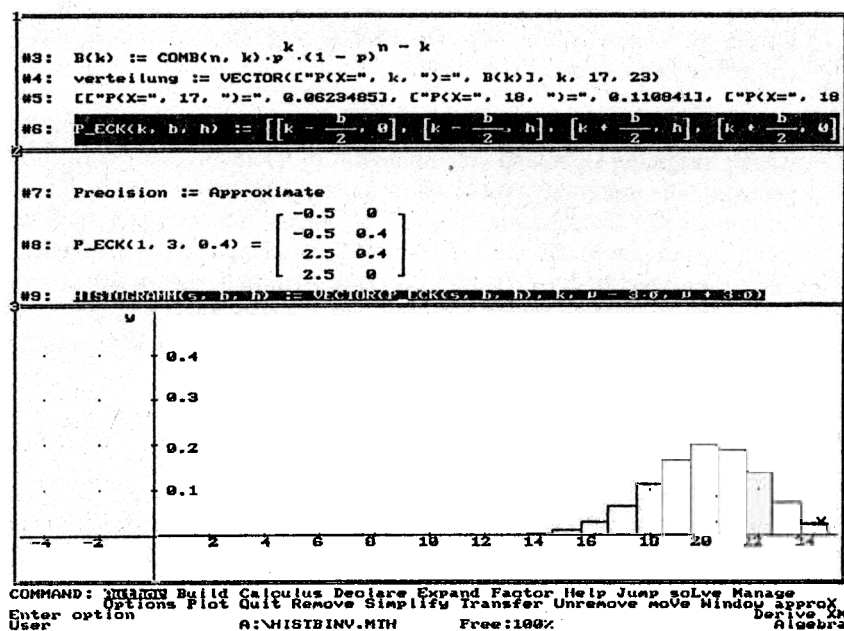
```

### 3.3 Ein Standard muß her!

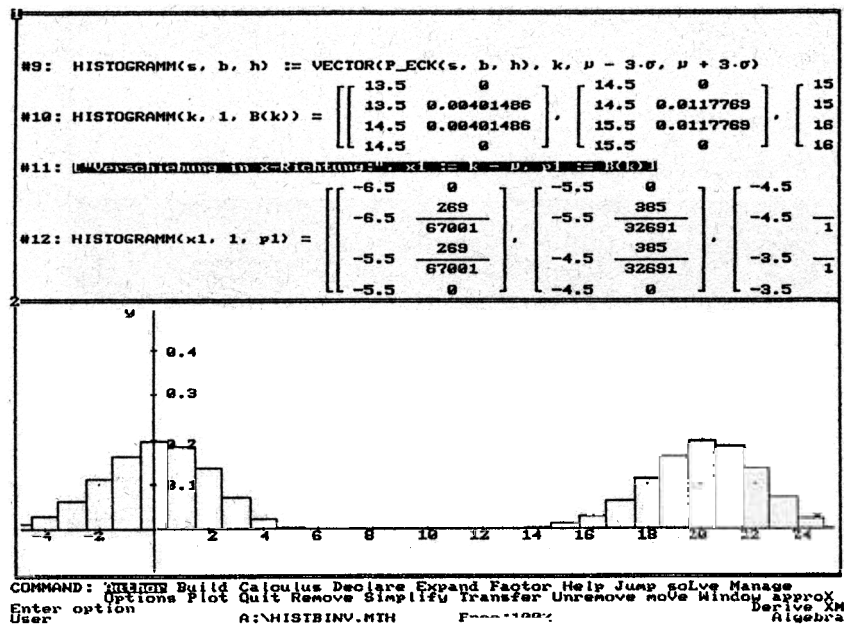
#### (Histogramme zur Binomialverteilung und ihre Normierung)

Die Binomialverteilung und ihre Approximation durch die Gaußsche Normalverteilung in geeigneten Fällen ist ein wichtiges Thema der Oberstufen-Stochastikkurse. Die rechnerische Behandlung der notwendigen Transformationen scheitert i.a. am Rechenaufwand, und man behilft sich damit, die Ergebnisse z.B. aus den Lehrbüchern anzugeben. Das DERIVE-Programm HISTBINV.MTH bildet die einzelnen Schritte nach.

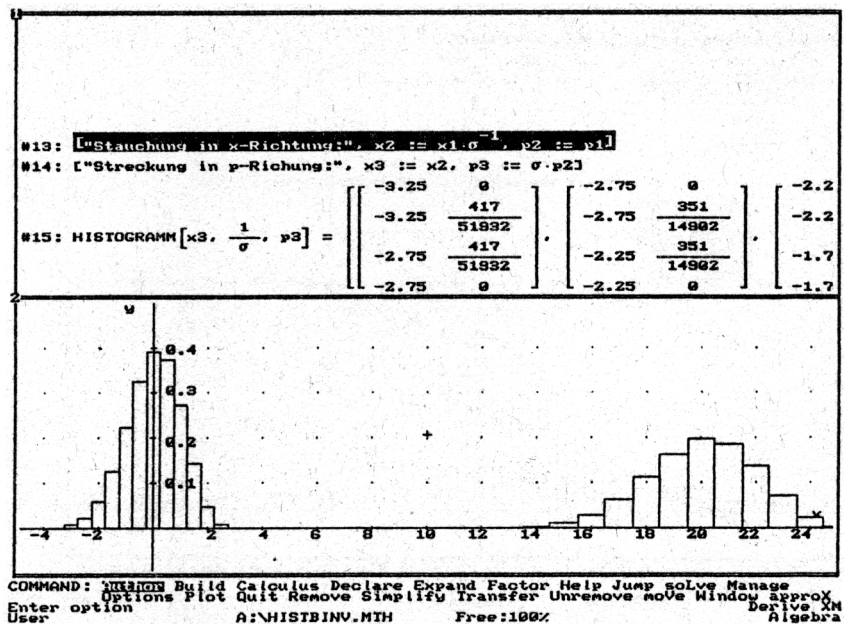
Zunächst werden in einer Liste die Werte der notwendigen Parameter (n und p) vereinbart; die Standardformel für die Binomialverteilung (BV) wird als Funktion B(k) definiert. Das Grafikachsenkreuz wird mit einer geeigneten Skalierung definiert. Nach einigen weiteren Hilfsdefinitionen kann das Histogramm in der „Normalform“ gezeichnet werden:



Für die Verschiebung in x-Richtung, die den Mittelwert auf Null abbildet, wird die Transformation vereinbart; das neue Histogramm wird gezeichnet:

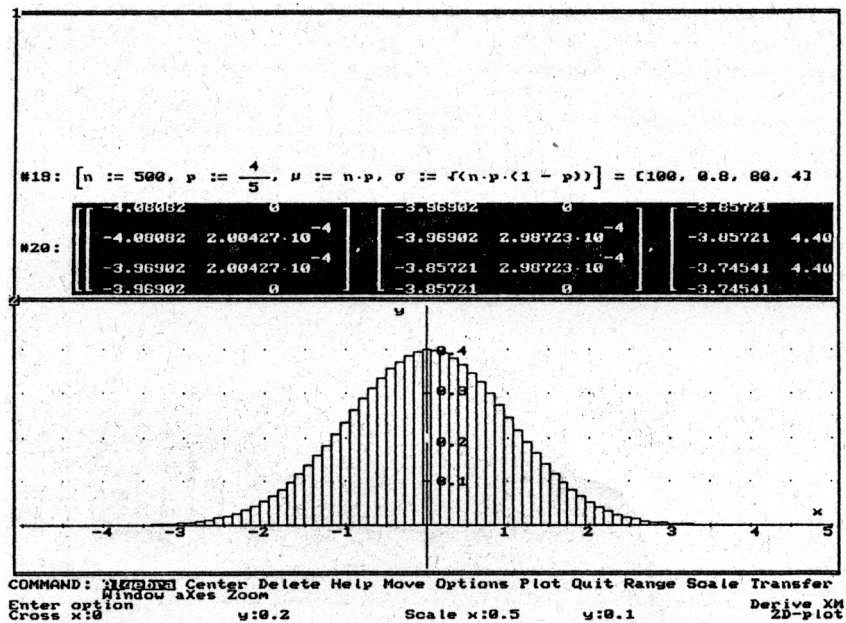


In einem dritten Schritt wird die Transformation für die Stauchung in x-Richtung angegeben und das endgültige Histogramm gezeichnet - dieses Histogramm sollte durch die entsprechende Gaußkurve approximiert werden können:

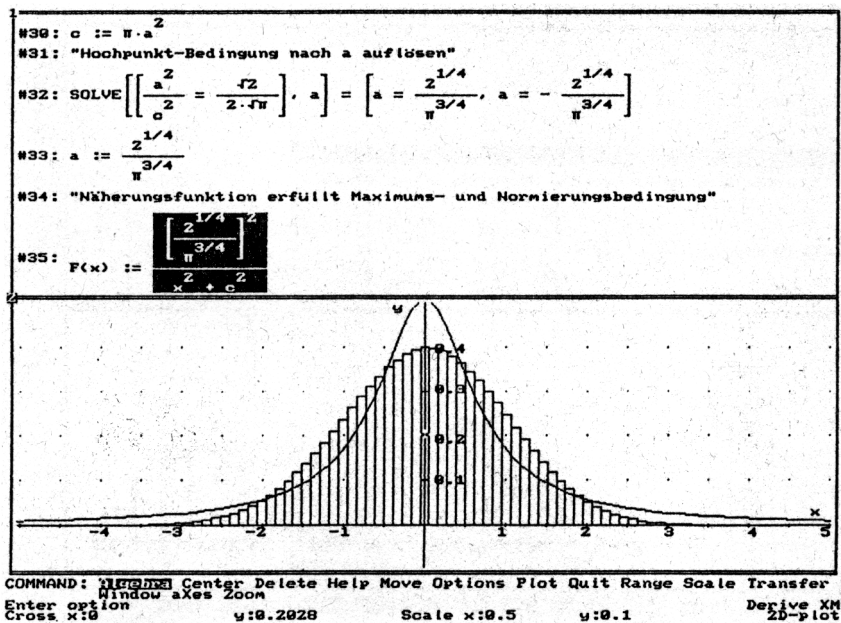


### 3.4 Welche ist die Schönste? (Näherungskurven für die Normalverteilung)

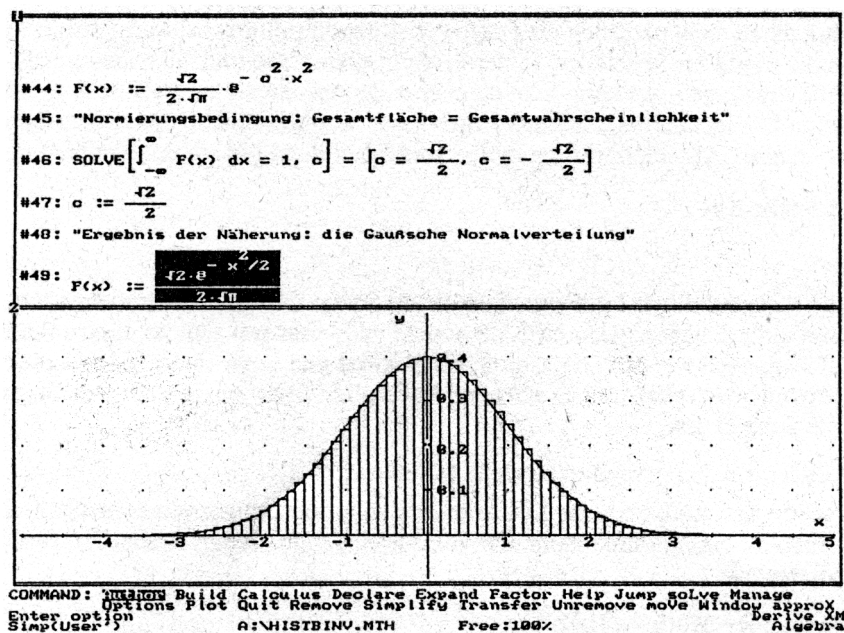
Im Folgenden soll das so aufbereitete Histogramm durch Schaubilder der verschiedenen Funktionstypen approximiert werden - dies ist eine sinnvolle Wiederholung des Aufgabentyps „Aufstellen von Funktionsgleichungen“, für den man hier ein anspruchsvolles Anwendungsbeispiel hat. Damit man die Güte der Approximation besser beurteilen kann, wird  $n=500$  gewählt:



Der Ansatz einer gebrochen-rationalen Funktion mit  $f(x) = \frac{a^2}{x^2 + c^2}$  führt auf keine gute Anpassung - offenbar ist dieser Ansatz nicht geeignet, obwohl die Normierungsbedingungen erfüllt sind:



Als weitere Möglichkeit, die sich anbietet, wird eine Exponentialfunktion der Form  $f(x) = a^2 \cdot e^{-c^2 \cdot x^2}$  gewählt. Die Normierung ist auch hier möglich, und man erhält als Ergebnis eine optimale Anpassung an das normierte Histogramm der Binomialverteilung - die Gaußsche Näherung ist sozusagen „experimentell gefunden“ worden - ihre herausragende Qualität ist vom Schüler „entdeckt“ worden.



Natürlich sind weitere Ansätze, wie z.B. mit abschnittsweise definierten Funktionen möglich. Im Rahmen einer Wiederholung oder der Prüfungsvorbereitung für das Abitur erscheint die hier behandelte Aufgabe gut geeignet. Es kann mit Bedingungen hantiert werden, die den Schülern plausibel zu machen sind, mit denen man aber in einem „konventionellen“ Schulunterricht ohne CAS nicht umgehen kann. Hinzu kommt der Gewinn durch die Visualisierung und die sofort erfolgende Rückmeldung, der nicht zu unterschätzen ist.

### 3.5 Erfahrungsbericht (K. Stamm)

Während sich bei den beteiligten Schülern zu Anfang Begeisterung zeigte, erlahmte das Interesse nach ca. 10 Stunden DERIVE-Unterricht merklich.

Wir gewinnen aus unseren bisherigen Erfahrungen den Eindruck, daß sich im Mathematikunterricht ein Wandel abzeichnet. Das mehr „handwerkliche“ Rechnen und das Manipulieren mit Formeln wird in den Hintergrund treten zugunsten von Fertigkeiten, die im Bereich der Problemanalyse und des Modellierens zu suchen sind.

Der in den Beispielen vorgestellte intensive Umgang mit Listen sowie das sog. „funktionale“ Programmieren (im Gegensatz zum prozeduralen Vorgehen; vgl. MATHEMATICA-Programmierung) vermittelt den Schülern einen erweiterten Funktionsbegriff: Die „Funktionswerte“ sind sehr unterschiedlich. Zahlen, Texte, Listen usw. Erscheinen in diesem Sinne als gleichwertig. Der Listentyp erscheint als die fundamentale Datenstruktur, und Querverbindungen zur Informatik/KI (PROLOG, LISP) sind unverkennbar.

Kontaktadressen:

OSTR Helmut Diehl, Kaufm. Schule, Jahnstr. 12, 79312 Emmendingen  
 StD Dr. Gerhard Keller, LEU Abt. III/2, Rotebühlstr. 133, 70197 Stuttgart  
 StD Karl Stamm, Walter-Eucken-Gymnasium, Glümerstr. 4, 79102 Freiburg

## 4 Der Einsatz von Math-Programmen

### 4.1 Schulorganisation

#### 4.1.1 Koordination mit dem Lehrplan

Nach den bisher gewonnenen Ergebnissen, die noch sehr vorläufig sind, erscheint die Koordination des Lernprogrammes (CBT) mit dem aktuellen Lehrplan als eine der Hauptschwierigkeiten. Es sind einigermaßen wenige Programme auf dem Markt, die sich irgendeinem vorhandenen Lehrplan exakt anpassen - DERIVE gehört auf Grund seiner ganz anderen Zielsetzung sicher nicht dazu. Vielleicht bietet sich zu gegebener Zeit die Möglichkeit, einen CAS-Lehrplan, wenigstens versuchsweise, zu erproben.

#### 4.1.2 Frage der Prüfungen und Bewertungen



In engem Zusammenhang damit steht natürlich die Frage der Abschlußprüfungen - vernünftigerweise sollte der Einsatz von Rechnern (eine Maschine je Schüler) in der Prüfung ebenso wie im Unterricht erlaubt sein. Das stößt sicher auf finanzielle Probleme - wie kann man dann eine Gruppenarbeit am Rechner bewerten? Sicher ist das gemeinsame Erarbeiten von rechnerunterstützten Ergebnissen wünschenswert und realitätsbezogen; eine angemessene Bewertung in einer Abschlußprüfung müßte gerade auf diese Fähigkeit besonders stark reagieren.

## **4.2 Didaktik und Methodik**

### **4.2.1 Frage der Inhalte**

Die Frage der Inhalte, die ein zukünftiger Mathematikunterricht in der Oberstufe vermitteln sollte, erscheint derzeit im Fluß. Man weiß einigermaßen genau, was man nicht will - was soll aber an dessen Stelle treten? Der Erfahrungsaustausch auf Tagungen wie den DDD, die ja bundesweit und sogar international besucht waren, gibt Gelegenheit, über den eigenen Tellerrand zu schauen; hoffentlich findet einiges aus den Gesprächen seinen Weg in Lehrpläne, Empfehlungen usw.

### **4.2.2 Fertigkeiten: Welche werden gefördert, welche fallen weg?**

Zu dieser Frage gibt es schon jetzt umfangreiche Literatur - sie ist merkwürdigerweise vorwiegend im „Ausland“ entstanden. Auch in diesem Punkt kann man nur für einen unvoreingenommenen Erfahrungs- und Meinungsaustausch plädieren.

### **4.2.3 „Lern“-Programme oder Math.- „Tools“**

DERIVE ist gewiß kein CBT im engeren Sinn. Wir müssen uns fragen und fragen lassen, was wir eigentlich in der Schule wollen: Ein Programm, das einen begrenzten Themenkreis „maßgeschneidert“ und umfassen behandelt, oder ein universelles „Tool“, mit dem man durch viel Eigentätigkeit (mit Kopf und Hand ...) Ergebnisse bekommt, die vorher unzugänglich waren.

### **4.2.4 Koordination Haus- und Schularbeit**

Zur optimalen Koordination von Haus- und Schularbeit erscheint in PC - selbst wenn er den Schülern in einem Mathematik-Labor zur freien Verfügung steht - nicht geeignet. Wünschenswert wäre, den Schülern einen „DERIVE-fähigen“ Taschenrechner zur Verfügung zu stellen. Derzeit scheitert dieser Wunsch noch an der mangelnden Verfügbarkeit solcher Rechner zu für die Schule annehmbaren Preisen. Für Herbst 1995 ist von Texas Instruments ein neuer Rechner (TI-92) angekündigt, der neben einem Geometrie-Modul (vgl. Cabri Géomètre) auch die meisten DERIVE-Befehle und -Möglichkeiten enthalten wird. Wir versprechen uns sehr viel von dieser Entwicklung, die ja in Österreich bekanntlich schon durch hp-Palmtops vorbereitet wurde.

### **4.2.5 Die Benutzeroberfläche**

Eine vor allem von unseren Schülern häufig bemängelte Eigenschaft der derzeitigen DERIVE-Versionen ist die Benutzeroberfläche, kurz: die Nicht-Windows-Fähigkeit. Auch hier haben wir Hoffnung auf Abhilfe, denn eine Windows-Version (für welches Windows?) ist ebenfalls für Jahresende 1995 angekündigt. Anscheinend ist die „klassische“, an älteren Microsoft-Programmen wie Multiplan, Word usw. orientierte Menustruktur von DERIVE nicht mehr zeitgemäß; es wäre sehr schade, wenn ein so hervorragendes Programm an solchen Äußerlichkeiten in der Akzeptanz verlieren sollte.

## **4.3 Erfahrungsaustausch und Zusammenarbeit**

Wir danken auf diesem Wege noch einmal allen, die bei der Vorbereitung und Ausrichtung der DDD beteiligt waren. Eine Veranstaltung dieser Art - über Landes- und Ländergrenzen, Schularten und Schulformen hinweg - erscheint uns als eine ideale Möglichkeit zum Erfahrungsaustausch und zur Zusammenarbeit. Wir freuen uns auf kritische Stellungnahmen zu unserer Arbeit.